

Tentamen ProgrammaCorrectheid

4 november 2004

14.00 – 17.00 uur

Opgave 1

Gegeven zijn de declaraties

```
CONST
  n ∈ INTEGER ; {n > 0}
  a ∈ ARRAY [0...n) OF INTEGER ;
```

Gevraagd wordt om een *niet onnodig inefficiënt* programma te maken dat nagaat of het array a ascending is:

```
VAR
  c : BOOLEAN ;
  {P : A ≡ (∀ i : 1 ≤ i < n : a[i - 1] ≤ a[i])}
  S ;
  {Q : A ≡ c}
```

- 1. Ontwerp systematisch een herhalingscommando S dat aan de gegeven specificatie voldoet. Introduceer daartoe een variabele k en maak gebruik van de invariant:

$$J : 1 \leq k \leq n \wedge A \equiv (c \wedge (\forall i : k \leq i < n : a[i - 1] \leq a[i]))$$

Opgave 2

Gegeven: een functie $h : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ die ascending is in beide argumenten en de specificatie

```
CONST
  m ∈ INTEGER ; {m ≥ 0}
  n ∈ INTEGER ; {n ≥ 0}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (Σ i, j : 0 ≤ i < m ∧ 0 ≤ j < n ∧ h(i, j) ≥ 0 : j2)}
  T ;
  {Q : z = Z}
```

- 2. Definieer een functie $F(x, y)$ die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie. HINT: maak een plaatje.
- 3. Leid voor $F(x, y)$ geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- 4. Geef een implementatie van het commando T . We vragen niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.



lees verder

■ Opgave 3

De bedoeling is om een procedure te maken die de geheeltallige wortel w van een natuurlijk getal x bepaalt, dat wil zeggen

$$0 \leq w \leq \sqrt{x} < w + 1$$

Om een efficiënte implementatie mogelijk te maken, generaliseren we de opgave: bij een gegeven geheel getal $t > 0$ wordt gevraagd naar een waarde w die voldoet aan

$$0 \leq w \leq \sqrt{x} < w + t$$

Bekijk nu de volgende (gedeeltelijke) implementatie van de recursieve procedure *Wortel*:

```
PROCEDURE Wortel ( $x, t : \text{INTEGER}$ ) =  
  { extern  $w : \text{INTEGER}$ ; all  $X, T \in \text{INTEGER}$  :  
  : pre  $w \geq 0 \wedge w^2 \leq X = x \wedge t = T \geq 1$ ,  
  , post  $w^2 \leq X < (w + T)^2$  }  
  || IF  $x \geq (w + t)^2$  THEN  
    Wortel ( $x, 2 * t$ );  
    IF ... THEN  
      ... ;  
    END ;  
  END ;  
  || Wortel;
```

- 5. Completeer deze implementatie en bewijs de correctheid van de oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese.

➤ einde